

**Wymagania edukacyjne z matematyki –  
klasa III technikum po szkole podstawowej**

***Poziom podstawowy***

**1. FUNKCJE WYMIERNE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie <math>a \neq 0</math>, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przesuwa wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, wzdłuż osi <math>OX</math> albo wzdłuż osi <math>OY</math>, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych</li></ul>

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza współczynnik <math>a</math> tak, aby funkcja <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> spełniała podane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x-p} + q</math>, gdzie <math>x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}</math> i <math>a \neq 0</math>, i wyznacza równania jej asymptot</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności</li></ul>

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>przekształca wzór funkcji danej w postaci <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}</math> do postaci <math>f(x) = \frac{r}{x-p} + q</math> oraz szkicuje jej wykres</li></ul>
---

- stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności

## 2. TRYGNOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenie Pitagorasa w prostych przypadkach
• wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ , $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ , $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku $a$ : $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• oblicza pola czworokątów
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych $\alpha$ i $90^\circ - \alpha$
• wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych
• stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta:

$P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta</li> <li>• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach</li> <li>• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> <li>• uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> <li>• dowodzi prawdziwości wzoru <math>P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math></li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>

### 3. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole koła i pole wycinka koła</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje własności wielokątów foremnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory <math>P = \frac{abc}{4R}</math> i <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math> do obliczania pola trójkąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia wzory <math>P = \frac{abc}{4R}</math> i <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie</li> </ul>