

**Wymagania edukacyjne z matematyki –
klasa II technikum po szkole podstawowej**

Poziom podstawowy i rozszerzony

1. FUNKCJA LINIOWA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

| |
|--|
| • rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu |
| • rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem |
| • oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu |
| • wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej |
| • oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej |
| • interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej |
| • wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne |
| • rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne |
| • odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność |
| • wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty |
| • wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych |
| • sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej |
| • przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie |
| • sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe |
| • stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych |
| • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej |
| • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej |
| • rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną |
| • określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

| |
|---|
| • sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała |
| • oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych |
| • sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe |
| • znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki |
| • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi |
| • opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych |
| • rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem |

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym |
| <ul style="list-style-type: none"> • analizuje własności funkcji liniowej |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

| |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze |
| <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układ równań z parametrem |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt |
| <ul style="list-style-type: none"> • udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych |

2. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

| |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt |
| <ul style="list-style-type: none"> • udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki) |
| <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań |
| <ul style="list-style-type: none"> • udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki) |
| <ul style="list-style-type: none"> • zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych |
| <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań |
| <ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dane figury są podobne |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza długości boków figur podobnych |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych |
| <ul style="list-style-type: none"> • wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa |
| <ul style="list-style-type: none"> • udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych |
| <ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

| |
|---|
| • przeprowadza dowód twierdzenia Talesa |
| • przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie |
| • rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa |
| • stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu |
| • stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństwa figur |

3. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

| |
|--|
| • szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności |
| • sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej |
| • szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności |
| • ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ |
| • przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie |
| • oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego |
| • oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii |
| • znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu |
| • rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia |
| • określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika |
| • rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki |
| • wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych |
| • przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje |
| • odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej |
| • rozwiązuje nierówności kwadratowe |
| • rysuje wykres funkcji $y = f(x) $, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej $y = f(x)$ |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

| |
|--|
| • szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności |
| • znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu |
| • znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności |
| • rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną |
| • znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych |
| • szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej |
| <ul style="list-style-type: none">• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli |
| <ul style="list-style-type: none">• wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego |
| <ul style="list-style-type: none">• szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej |

4. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

| |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory |
| <ul style="list-style-type: none">• wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość |
| <ul style="list-style-type: none">• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje nierówności kwadratowe |
| <ul style="list-style-type: none">• zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje równania dwukwadratowe |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania |
| <ul style="list-style-type: none">• stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego |
| <ul style="list-style-type: none">• stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym |
| <ul style="list-style-type: none">• przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych |
| <ul style="list-style-type: none">• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none">• zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności |
| <ul style="list-style-type: none">• stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego |
| <ul style="list-style-type: none">• układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki |
| <ul style="list-style-type: none">• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej |

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory Viète'a |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

| |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem |
|---|

5. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

| |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników |
| <ul style="list-style-type: none"> • zapisuje wielomian w sposób uporządkowany |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień |
| <ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego |
| <ul style="list-style-type: none"> • określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia |
| <ul style="list-style-type: none"> • podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów |
| <ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciąt |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania wielomianowe |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • dzieli wielomian przez dwumian $x - a$ |
| <ul style="list-style-type: none"> • sprawdza poprawność wykonanego dzielenia |
| <ul style="list-style-type: none"> • zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$ |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia |
| <ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki |
| <ul style="list-style-type: none"> • określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej |
| <ul style="list-style-type: none"> • znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność |
| <ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa |
| <ul style="list-style-type: none"> • dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu |
| <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu |
| <ul style="list-style-type: none"> • opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach |
| <ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

| |
|---|
| • wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki |
| • określa stopień wielomianu w zależności od parametru |
| • oblicza sumę współczynników wielomianu |
| • stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych |
| • wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach |
| • stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$ |
| • stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika |
| • rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia |
| • stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów |
| • rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie |
| • dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$ |
| • sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia |
| • dzieli wielomian przez dwumian $x - a$, stosując schemat Hornera |
| • wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki |
| • rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach |
| • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych |
| • rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach |
| • szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków |
| • stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków |
| • wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi |
| • rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych |
| • opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

| |
|--|
| • stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń |
| • rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego |
| • stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności |
| • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu |
| • przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku |